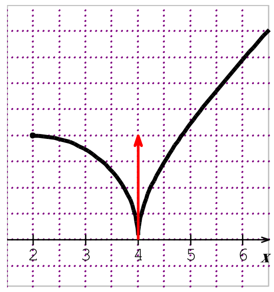
Exercice n° : 1 (4 points)

Répondre par vrai ou faux.

1°) Toute fonction continue en un réel a est dérivable en a.

2°) Le nombre dérivé en 1 de la fonction f définie par : $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ est 2.

3°) La courbe ci-contre représente une fonction f définie sur [2, +∞[et admet une tangente verticale au point A(4, 0).



$$\lim_{x \to 4^-} \frac{f(x)}{x-4} = +\infty$$

4°) Le plan est orienté dans le sens direct. Soit ABC un triangle direct rectangle et isocèle en A. I le milieu de [BC].

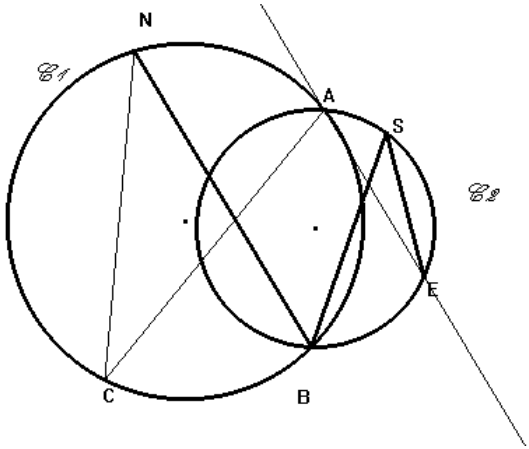
L'ensemble de points M tels que $\left(\widehat{\overrightarrow{IM},\overrightarrow{CA}}\right) \equiv \frac{-\pi}{4}\ [2\pi]$ est la demi-droite [IB) privée de I.

5°) Le plan est orienté dans le sens direct.

Sur la figure ci-contre :

- Les droites (NB) et (AE) sont parallèles.
- Les cercles (C_1) et ($C2$) se coupent en A et B.
- $\left(\widehat{\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SE}}\right) \equiv \frac{\pi}{5}\quad [2\pi]$

Alors $\left(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CN}}\right) \equiv \frac{-9\pi}{5}\quad [2\pi]$



Exercice n° : 2 (5 points)

Calculer :

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 2x}\right)$

b) $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(x + \sqrt{1 - x}\right)$

c) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{3x + \sqrt{x^2 + x}}{x}$

d) $\lim\limits_{x \to (-1)^+} \left(\frac{x+2}{x^2 - x - 2}\right)$

e) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{2010.x^{2011} - 2011.x^{2010} + 1}{x - 1}$

Exercice n° : 3 (6 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{4+x}-2}{2x} & \text{si } x\neq 0\\[2mm] \dfrac{1}{8} & \text{si } x=0\end{cases}$. On désigne par $\mathcal{C}$ la courbe de f dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

1°)a) Déterminer le domaine de définition D_f de f.

b) Montrer que f est continue en 0.

2°)a) Montrer que pour tout réel x de D_f, on a : $f(x)=\dfrac{1}{2\left(\sqrt{4+x}+2\right)}$.

b) Justifier pourquoi $\mathcal{C}$ ne présente aucune rupture ?

c) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter le résultat obtenu graphiquement.

3°)a) Justifier, en appliquant la définition, si f est dérivable ou non à droite en – 4.

b) Interpréter graphiquement le résultat du calcul précédent.

4°)a) Montrer que f est dérivable en tout réel a de]-4, +∞[et que $f'(a)=\dfrac{-1}{4\sqrt{4+a}\left(\sqrt{4+a}+2\right)^2}$

b) Donner une équation cartésienne de la tangente T à $\mathcal{C}$ en son point d'abscisse 0.

Exercice n°: 4 (5 points)

Le plan est orienté dans le sens direct. Soit ABCD un trapèze isocèle inscrit dans un cercle ζ de centre O tel que $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)\equiv-\dfrac{77\pi}{8}[2\pi]$. Voir figure sur la feuille jointe que l'on complétera progressivement.

1°) Déterminer la mesure principale de $\left(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right)$ et de $\left(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}\right)$

2°) Les diagonale (AC) et (BD) se coupent en M.

a) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}}\right)\equiv\left(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right)+\left(\widehat{\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DB}}\right)\quad[2\pi]$. En déduire que: $\left(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}}\right)\equiv\left(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}}\right)\quad[2\pi]$

b) On suppose que A et B sont fixes et C et D varient sur l'arc orienté $\widehat{BA}$ privé de A et B. Déterminer l'ensemble de points M.

3°) Soit ζ_1 le cercle circonscrit au triangle OAB. La parallèle à (BC) passant par M recoupe ζ_1 en I.

a) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}}\right)$.

b) Justifier pourquoi a – t – on :

- $\left(\widehat{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MI}}\right)\equiv\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}}\right)\quad[2\pi]$?
- $\left(\widehat{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MI}}\right)\equiv\left(\widehat{\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BC}}\right)\quad[2\pi]$?
- $\left(\widehat{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA}}\right)\equiv\left(\widehat{\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BC}}\right)\quad[2\pi]$?

c) Déduire de b) que (AI) est tangente au cercle ζ.

Feuille à remettre avec la copie

Nom:.. Prénom:..

Classe: 3M